Нелинейная динамика переключения режимов управления в условиях организационного стресса

Даниленко К.В.

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

danilenko@kirill-viktorovich.ru

Брусакова И.А.

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)

brusakovai@mail.ru

Аннотация. **Рассматривается, как цифровая платформа меняет режим работы под действием внешнего стресса. Предложена модель двусторонней платформы из трех дифференциальных уравнений – для активных пользователей, активных продавцов и потока транзакций; внешнее давление описывается одним параметром стресса. Показано, что транзакционное трение (ускоренный уход продавцов при падении числа сделок) приводит к седло-узловой бифуркации и гистерезису: платформа теряет режим роста при одном уровне стресса, а восстанавливается только при заметно более низком. Предложен критерий определения режима по старшему собственному значению линеаризованной системы; понятиям теории организаций поставлены в соответствие характеристики модели. Введено понятие окна реакции – времени после превышения порога, в течение которого снижение стресса еще возвращает платформу к росту; чем сильнее превышение, тем короче окно. Работа носит теоретический характер; обсуждается, как оценивать критерий по данным с помощью оператора Купмана.**

Ключевые слова: цифровая платформа; двусторонний рынок; режим управления; седло-узловая бифуркация; гистерезис; спектральный критерий; окно реакции; оператор Купмана

I. Введение

Цифровая платформа сегодня – это не только канал продаж, но и самостоятельная организационная форма, которая связывает разные группы участников рынка [1]. Ее устойчивость при конкурентном давлении, регуляторных изменениях и технологических сдвигах зависит не столько от текущих показателей, сколько от способности вовремя переходить из одного режима работы в другой: например, от наращивания имеющегося преимущества к перестройке самой схемы взаимодействия участников. Такие переходы и являются предметом статьи.

Теория двусторонних рынков [2–4] хорошо описывает равновесные состояния платформы, но не объясняет, как платформа переходит от одного состояния к другому. Концепция организационной амбидекстрии [5, 6] различает режимы использования (exploitation) и поиска (exploration), а теории структурной инерции [7] и нисходящей спирали упадка [8] объясняют, почему организации сопротивляются изменениям и почему спад может усиливать сам себя. Однако для платформ эти идеи почти не формализованы. В то же время теория критических переходов в сложных системах [12, 13] располагает понятиями порога, гистерезиса и раннего предупреждения, но к цифровым платформам ее применяли мало. Не хватает модели, которая в одной конструкции связывала бы устройство платформы, внешний стресс и признаки смены режима.

Цель работы – построить простую модель платформы как нелинейной динамической системы и найти спектральные признаки, по которым можно определить режим ее работы. Гипотеза состоит в следующем: переход от роста к деградации происходит тогда, когда действительная часть старшего собственного значения линеаризованной системы становится равной нулю, причем прямой и обратный переходы происходят при разных уровнях стресса (гистерезис). Работа продолжает модель [17], в которой переключение между контурами стабильности и адаптации задавалось порогом стресса. Исследование теоретическое: параметры не оцениваются по данным, а выбираются из экономически разумных диапазонов так, чтобы проявились все режимы. Такой подход принят в качественной теории дифференциальных уравнений [9, 10].

II. Модель платформы

Состояние платформы описывают три переменные: плотность активных пользователей $x_1(t)$, плотность активных продавцов $x_2(t)$ и интенсивность транзакций $x_3(t)$. Это минимальный набор, который сохраняет суть двустороннего рынка: две стороны зависят друг от друга и связаны потоком сделок [2, 4]. Динамика переменных задается системой

$$\dot{x}_1 = \alpha_1 x_1 \left(1 - \frac{x_1}{K_1}\right) + \beta_{12} x_1 x_2 - \gamma_1 \mathrm{b}x_1, \qquad (1)$$

$$\dot{x}_2 = \alpha_2 x_2 \left(1 - \frac{x_2}{K_2}\right) + \beta_{21} x_1 x_2 - \gamma_2 \mathrm{b}x_2 - \frac{\delta x_2}{x_3 + \varepsilon}, \qquad (2)$$

$$\dot{x}_3 = \mu x_1 x_2 - \nu x_3 - \eta \mathrm{b}x_3. \qquad (3)$$

Первые слагаемые в (1) и (2) описывают логистический рост каждой стороны; K_1, K_2 – емкости рыночных ниш. Перекрестные слагаемые с коэффициентами β_{12}, β_{21} задают сетевой эффект: чем больше одна сторона, тем быстрее растет другая [2]. Коэффициенты γ_1, γ_2 показывают, насколько каждая сторона чувствительна к внешнему стрессу b. Принято $\gamma_2 > \gamma_1$: для продавца участие в платформе связано с вложениями и постоянными издержками, поэтому ухудшение условий бьет по нему сильнее, а для

пользователя это лишь выбор места покупки. Последнее слагаемое в (2) описывает транзакционное трение: когда сделок становится меньше, продавцы уходят быстрее, и число сделок падает еще сильнее. Так возникает самоусиливающийся спад, характерный для нисходящей спирали [8]. Параметр $\varepsilon > 0$ – фоновый уровень транзакций, не зависящий от активности платформы; он нужен, чтобы модель оставалась определенной при $x_3 \to 0$, т. е. вблизи коллапса. Уравнение (3) описывает появление транзакций при взаимодействии сторон (интенсивность μ), их естественное затухание (ν) и снижение конверсии под действием стресса (ηb).

Параметр b объединяет разные внешние воздействия: макроэкономические шоки, изменения регулирования, давление конкурентов. Такое упрощение соответствует подходу Г. Николиса и И. Пригожина [9]: для смены режима важна не природа шока, а его суммарная сила.

III. Режимы и гистерезис

Кроме внутреннего равновесия $x^*(b)$, в котором активны обе стороны, система (1)–(3) имеет состояние коллапса $x^c = (K_1(1 - \gamma_1 b/\alpha_1), 0, 0)$: пользователи остаются, но продавцов и сделок нет, т. е. двусторонний рынок исчезает. Матрица Якоби в точке x^c устроена так, что устойчивость коллапса определяется одним собственным значением:

$$\lambda_c(b) = \alpha_2 + \beta_{21} K_1 \left(1 - \frac{\gamma_1 b}{\alpha_1}\right) - \gamma_2 b - \frac{\delta}{\varepsilon}. \qquad (4)$$

Коллапс устойчив при $\lambda_c(b) < 0$, т. е. при $b > b^*_-$, где

$$b^*_- = \frac{\alpha_2 + \beta_{21} K_1 - \delta/\varepsilon}{\gamma_2 + \beta_{21}\gamma_1 K_1/\alpha_1}. \qquad (5)$$

Внутреннее равновесие существует, пока $b < b^*_+$. В точке b^*_+ устойчивое равновесие сливается с неустойчивым (седлом) и исчезает: $f(x^*, b) = 0$, $\det J(x^*, b) = 0$. Это седло-узловая бифуркация, или складка [10]. Если $b^*_- < b^*_+$, то в интервале $[b^*_-, b^*_+]$ возможны оба исхода – рост и коллапс. Какой из них реализуется, зависит от того, с какой стороны от разделяющей границы (устойчивого многообразия седла) находится платформа. Это и есть гистерезис: если стресс превысил b^*_+, платформа уходит в коллапс; если затем вернуть стресс к прежнему уровню, она не восстановится; возврат произойдет лишь при $b < b^*_-$ (рис. 1). Отметим, что гистерезис здесь вызван именно складкой равновесий. Суперкритическая бифуркация Андронова–Хопфа его не дает: прямой и обратный переходы при ней происходят при одном и том же значении параметра [10].

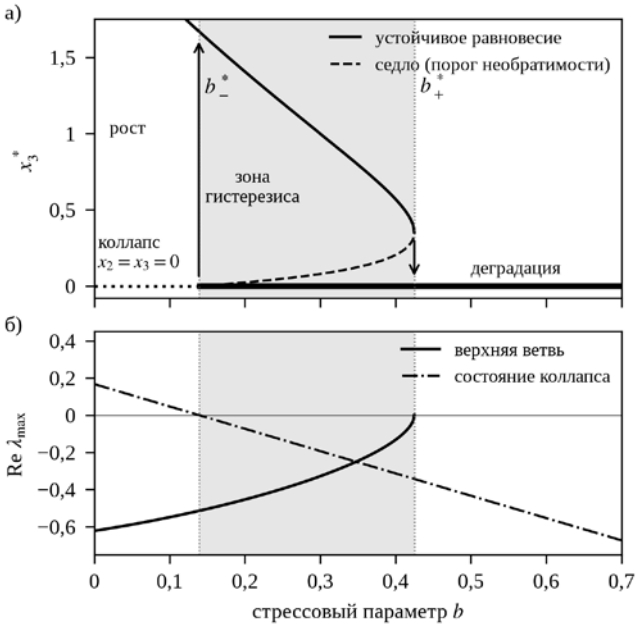


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма системы (1)–(3): а) транзакционный поток в равновесии; сплошная линия – устойчивые состояния, штриховая – седловая ветвь, пунктир – неустойчивый коллапс; б) старшее собственное значение на верхней ветви и в состоянии коллапса. Серым выделена зона гистерезиса

Для иллюстративного набора параметров ($\alpha_1 = \alpha_2 = K_1 = K_2 = \mu = \nu = 1$; $\beta_{12} = 0{,}3$; $\beta_{21} = 0{,}5$; $\gamma_1 = 0{,}4$; $\gamma_2 = 1$; $\delta = 0{,}4$; $\varepsilon = 0{,}3$; $\eta = 0{,}5$) получено $b^*_- \approx 0{,}139$, $b^*_+ \approx 0{,}425$. По мере приближения к b^*_+ величина Re λ_{max} растет к нулю примерно как $-(b^*_+ - b)^{1/2}$ (рис. 1,б). Это значит, что после небольших возмущений платформа возвращается к равновесию все медленнее. Такой эффект называют критическим замедлением [12]; именно он и составляет содержание режима предкризисного замедления. В зоне гистерезиса у платформы есть «память рынка»: две платформы при одинаковом стрессе могут находиться в разных режимах, если у них разная история.

Если одновременно усиливать оба сетевых эффекта так, что $\beta = (\beta_{12}\beta_{21})^{1/2}$ растет от 0,31 до 0,58, обе границы сдвигаются вправо (b^*_+ – от 0,35 до 0,64, b^*_- – от 0,06 до 0,32), а ширина зоны гистерезиса почти не меняется (0,29–0,32). Иначе говоря, сильные сетевые эффекты позволяют платформе выдерживать больший стресс, но не уменьшают память рынка. Если же сетевые эффекты слабые и $\alpha_2 + \beta_{21}K_1 < \delta/\varepsilon$, то b^*_- становится отрицательным, и из коллапса нельзя выйти даже при полном снятии стресса.

IV. Спектральный критерий режима

Обозначим через λ_{max} собственное значение матрицы $J(x^*, b)$ с наибольшей действительной частью на той ветви, где находится платформа, а через $\kappa > 0$ – запас устойчивости, заметно превышающий уровень случайных колебаний. Выделим три режима. Режим I (устойчивая эксплуатация): Re $\lambda_{max} \le -\kappa$. Режим II (предкризисное замедление): $-\kappa <$ Re $\lambda_{max} < 0$. Режим III (деградация): траектория движется к коллапсу, т. е. $b > b^*_+$ или платформа уже пересекла разделяющую границу. Выйти из режима III можно только при $\lambda_c(b) > 0$. Таким образом, обе границы гистерезиса – это точки, где спектральная характеристика обращается в нуль: Re λ_{max} на верхней ветви – для b^*_+, λ_c – для b^*_-. Порог κ –

параметр решающего правила; его выбирает лицо, принимающее решение, исходя из допустимого риска.

В табл. 1 показано, каким характеристикам модели соответствуют понятия теории организаций. Таблица не претендует на полноту; ее задача – показать, что качественные понятия можно перевести на количественный язык, не теряя их смысла.

ТАБЛИЦА I. СООТВЕТСТВИЕ КОНСТРУКТОВ ТЕОРИИ ОРГАНИЗАЦИЙ И СПЕКТРАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ МОДЕЛИ (1)–(3)

Конструкт (источник)	**Спектральный коррелят**	**Интерпретация**
Эксплуатация [5]	$\mathrm{Re}\,\lambda_{\max} \le -\kappa$	Устойчивость привычных процессов и цен
Исследование [5, 6]	$-\kappa < \mathrm{Re}\,\lambda_{\max} < 0$	Близость к границе устойчивости, готовность к изменениям
Структурная инерция [7]	Малое $\lvert d\mathrm{Re}\,\lambda_{\max}/db\rvert$	Спектр слабо реагирует на стресс, замедление длится долго
Нисходящая спираль [8]	Пересечение сепаратрисы седла	Упадок, который продолжается при неизменном стрессе
Опрокидывание рынка [2, 4]	$\mathrm{Re}\,\lambda_{\max} = 0$ при $b = b^*_+$	Исчезает равновесие, где активны обе стороны
Память рынка	Ширина $b^*_+ - b^*_-$	Режим зависит от истории стресса

Чтобы вычислить критерий по якобиану, нужно знать уравнения модели. Если доступны только данные наблюдений, удобно использовать оператор Купмана $\mathcal{K}^t$. Он действует на наблюдаемые величины по правилу $(\mathcal{K}^t f)(x) = f(\varphi^t(x))$, где φ^t – фазовый поток [14, 16]. Вблизи гиперболического равновесия собственные значения якобиана входят в спектр генератора этого оператора, поэтому критерий можно сформулировать в терминах наблюдаемых. Метод расширенной динамической декомпозиции по модам (EDMD) [15] позволяет по ряду наблюдений с шагом Δt построить конечномерное приближение оператора $\mathcal{K}^{\Delta t}$. Его собственные значения μ_j связаны с собственными значениями генератора формулой $\lambda_j = \ln \mu_j/\Delta t$, поэтому условие $\mathrm{Re}\,\lambda_{\max} < 0$ равносильно $|\mu_{\max}| < 1$. Точность оценки зависит от выбора наблюдаемых и длины ряда, а вблизи складки оценка особенно чувствительна к шуму. Поэтому в статье критерий считается по модели, а его оценка по данным – следующий этап работы.

V. ОКНО РЕАКЦИИ

Произойдет ли переход, зависит не только от того, превышен ли порог, но и от того, как долго длится стрессовый эпизод $b(t)$. Пусть в момент t^*_+ стресс превысил b^*_+. Равновесие роста исчезает, но вблизи точки складки система движется очень медленно (эффект «призрака» седло-узла [11]), поэтому до коллапса проходит некоторое время. Если за это время стресс опустится ниже b^*_+, платформа восстановится. Похожий эффект – безопасное кратковременное превышение порога – описан для климатических систем [13]. Окном реакции назовем наибольшую длительность превышения порога, при которой платформа еще возвращается к росту. Для профиля стресса на рис. 2 (исходный уровень 0,3, нарастание и спад по 5 усл. ед.) при превышении порога на 0,025; 0,075; 0,125 и 0,225 окно равно примерно 39, 19, 14 и 10 усл. ед. Это согласуется с известной оценкой: время прохождения «призрака» седло-узла пропорционально $(b - b^*_+)^{-1/2}$ [11].

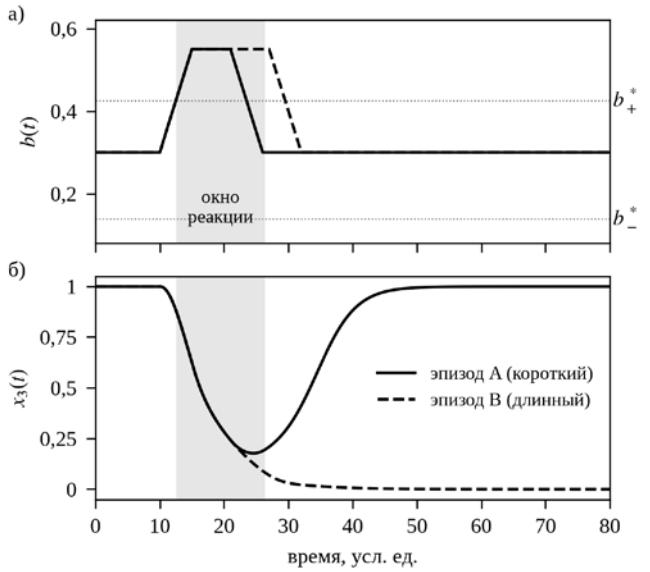


Рис. 2. Стрессовые эпизоды А и В: а) профиль стресса $b(t)$ и пороги; б) транзакционный поток $x_3(t)$. Серым выделено окно реакции для пикового уровня стресса 0,55

Эпизоды А и В на рис. 2 отличаются только длительностью пика. Эпизод А короче окна, и платформа возвращается к росту. Эпизод В длиннее окна: даже когда стресс снова падает до 0,3, платформа остается в коллапсе, так как $0{,}3 > b^*_-$. Чтобы ее восстановить, стресс нужно снизить до уровня ниже 0,139, т. е. более чем вдвое.

Отсюда следует практический вывод. Пока окно не закрылось, достаточно операционных мер, снижающих стресс: поддержки продавцов, снижения комиссии, компенсации логистических затрат. Они соответствуют контуру стабильности R1 адаптивной бизнес-модели [17]. Если окно пропущено, таких мер уже мало: нужна структурная перестройка, которая сдвигает сам порог b^*_-. Согласно (5), этот порог растет, если снизить транзакционное трение δ, повысить фоновый уровень транзакций ε или усилить сетевой эффект β_{21}; это соответствует контуру адаптации R2 [17]. Для системы поддержки принятия решений отсюда получается простое правило: по значению $\mathrm{Re}\,\lambda_{\max}$ и расстоянию до порога b^*_+ определяется режим, а по оставшейся длительности окна реакции – выбор между мерами R1 и R2.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построена простая модель двусторонней цифровой платформы, на которую действует внешний стресс. Основные результаты таковы.

- Транзакционное трение приводит к седло-узловой бифуркации и гистерезису: верхняя граница зоны гистерезиса находится из условия складки, нижняя задается явной формулой (5).
- Режимы эксплуатации, предкризисного замедления и деградации можно различать по знаку и величине Re λmax; понятиям теории организаций соответствуют определенные спектральные характеристики.

- Окно реакции конечно и сокращается при сильном превышении порога. Оно показывает, сколько времени есть на операционные меры и когда нужна структурная перестройка.

Ограничения работы: параметры модели иллюстративны и не оценивались по данным; сценарий потери устойчивости через колебания (бифуркация Хопфа на верхней ветви) требует отдельного анализа первой ляпуновской величины. Следующие шаги – оценка спектрального критерия по временным рядам показателей платформы с помощью оператора Купмана и создание на этой основе модуля системы поддержки принятия решений.

Список литературы

[1] Клейнер Г.Б. Экономика экосистем: шаг в будущее // Экономическое возрождение России. 2019. № 1 (59). С. 40–45.

[2] Rochet J.-C., Tirole J. Platform competition in two-sided markets // Journal of the European Economic Association. 2003. Vol. 1, № 4. P. 990–1029.

[3] Armstrong M. Competition in two-sided markets // The RAND Journal of Economics. 2006. Vol. 37, № 3. P. 668–691.

[4] Parker G.G., Van Alstyne M.W. Two-sided network effects: A theory of information product design // Management Science. 2005. Vol. 51, № 10. P. 1494–1504.

[5] March J.G. Exploration and exploitation in organizational learning // Organization Science. 1991. Vol. 2, № 1. P. 71–87.

[6] O'Reilly C.A., Tushman M.L. Organizational ambidexterity: Past, present, and future // Academy of Management Perspectives. 2013. Vol. 27, № 4. P. 324–338.

[7] Hannan M.T., Freeman J. Structural inertia and organizational change // American Sociological Review. 1984. Vol. 49, № 2. P. 149–164.

[8] Hambrick D.C., D'Aveni R.A. Large corporate failures as downward spirals // Administrative Science Quarterly. 1988. Vol. 33, № 1. P. 1–23.

[9] Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. Введение: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 344 с.

[10] Kuznetsov Yu.A. Elements of Applied Bifurcation Theory. 3rd ed. New York: Springer, 2004. 631 p.

[11] Strogatz S.H. Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2015. 513 p.

[12] Scheffer M., Bascompte J., Brock W.A., Brovkin V., Carpenter S.R., Dakos V., Held H., van Nes E.H., Rietkerk M., Sugihara G. Early-warning signals for critical transitions // Nature. 2009. Vol. 461. P. 53–59.

[13] Ritchie P.D.L., Clarke J.J., Cox P.M., Huntingford C. Overshooting tipping point thresholds in a changing climate // Nature. 2021. Vol. 592. P. 517–523.

[14] Mezić I. Spectral properties of dynamical systems, model reduction and decompositions // Nonlinear Dynamics. 2005. Vol. 41. P. 309–325.

[15] Williams M.O., Kevrekidis I.G., Rowley C.W. A data-driven approximation of the Koopman operator: Extending dynamic mode decomposition // Journal of Nonlinear Science. 2015. Vol. 25, № 6. P. 1307–1346.

[16] Brunton S.L., Budišić M., Kaiser E., Kutz J. N. Modern Koopman theory for dynamical systems // SIAM Review. 2022. Vol. 64, № 2. P. 229–340.

[17] Даниленко К.В., Брусакова И.А. Анализ устойчивости адаптивной бизнес-модели цифрового предприятия в многокомпонентной среде // Sustainable Development and Engineering Economics. 2025. № 4. С. 64–86.